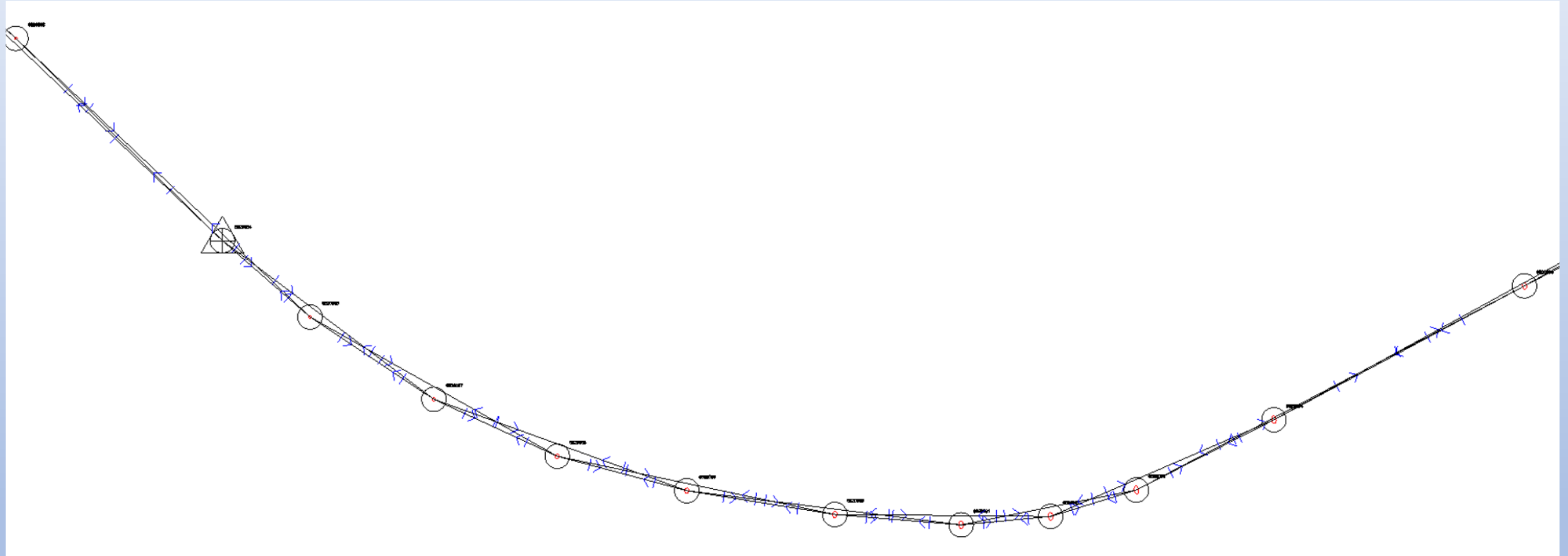


Allt svårare situation för indatafelen i Topocads nätutjämnning



Thomas Dubois

Topocad Live, Sånga-Säby, 2025-01-23

Dessa tester ska vi titta på:

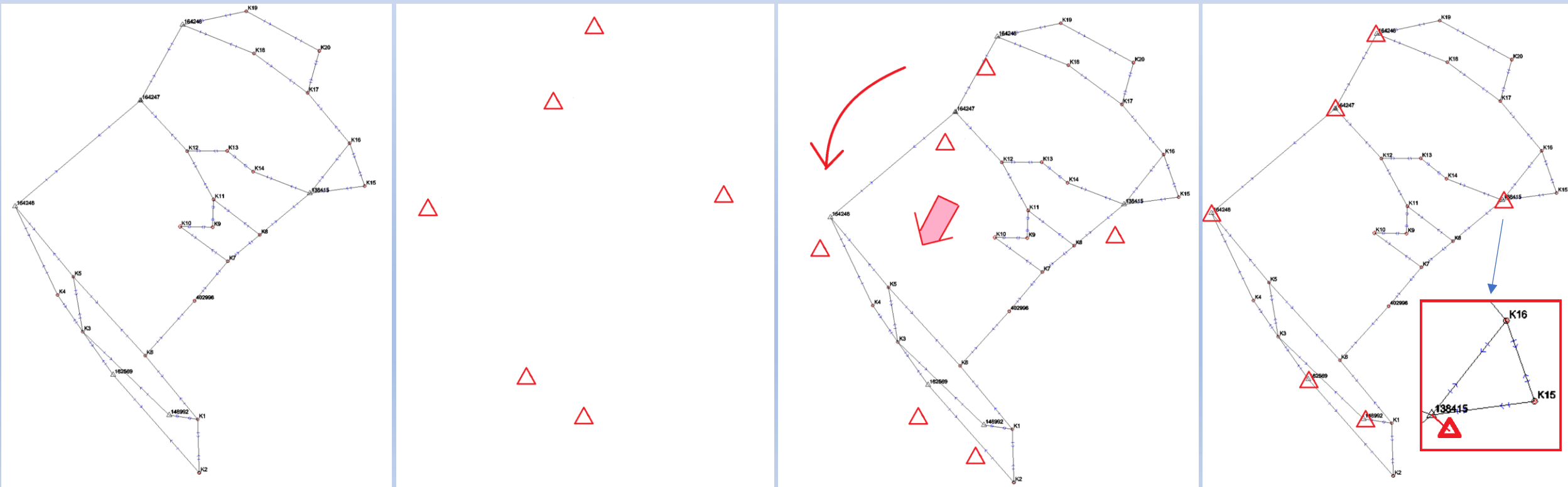
- Skalfel
- Fel i kända koordinater
- Grova fel i mätdata
- Kontrollerbarhet
- Fel punkt-ID (kommande)

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{39} \begin{bmatrix} -8 \\ -32 \\ 28 \end{bmatrix} \\ s_0^2 &= \frac{L^T L - L^T A^0}{n - m - 3 - 2 - 1} \\ L^T L &= [1 \ 3 \ 2] \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix} = 14 \\ L^T A^0 L &= \frac{1}{117} [1 \ 3 \ 2] \begin{bmatrix} 113 & -16 & 14 \\ -16 & 53 & 56 \\ 14 & 56 & 68 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix} = \frac{1494}{117} = 12.769 \\ s_0^2 &= 14 - 12.769 = 1.231 \\ a) \quad u &= F_1 x = F_1 A^{-1} L \quad \text{där } F_1 = [1 \ 0] \\ s_{u_1}^2 &= s_0^2 F_1 (A^T A)^{-1} F_1^T \\ F_1 (A^T A)^{-1} F_1^T &= \frac{1}{117} [1 \ 0] \begin{bmatrix} 29 & -17 \\ -17 & 14 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{117} \cdot 29 \\ s_{u_1}^2 &= 1.231 \cdot \frac{29}{117} = 0.305 \quad s_{u_1} = 0.55 \end{aligned}$$



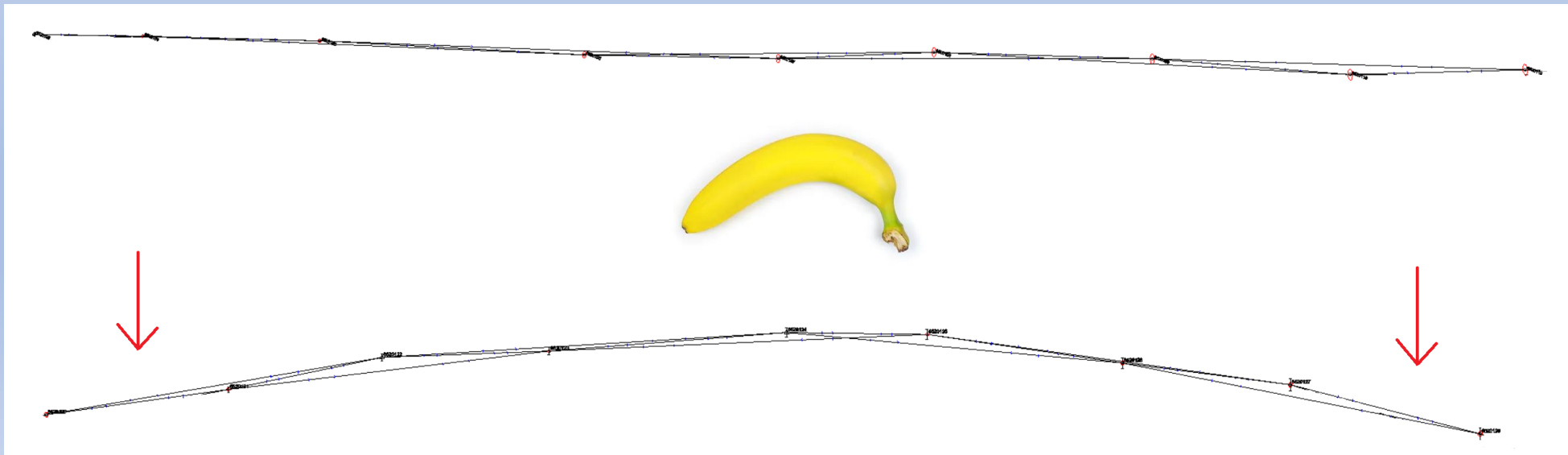
Test av skalfel och kända punkter

- Test av skalfel och kända punkter beskrivs ofta knapphändigt eller inte alls i referenslitteratur. En detaljerad metodbeskrivning finns dock bland annat i den tekniska rapporten HMK TR:2018:3.
- I den beskrivna metoden passas en fri utjämning av ett nät in på dess kända punkter genom Helmertransformering (förflyttning, vridning och skaländring).
- Skalfel hittas genom att kontrollera skaländringen från Helmertransformeringens parametrar.
- Fel i kända koordinater hittas genom att studera passfelen mellan de transformerade friutjämnade koordinaterna och de kända N- och E-koordinaterna.



Problem med det beskrivna transformationstestet

- Om nätet är relativt utbrett i alla riktningar fungerar **transformationstestet bra** för att hitta både skalfel och fel i kända koordinater.
- Då alltid fyra parametrar beräknas (*skala, vridning, dN* och *dE*) **slösar man bort överbestämningar** i onödan om man bara söker en skalfaktor eller ett passfel. Detta är inget stort problem, men gör att testet inte är optimalt.
- Om nätet är **väldigt långsträckt** (som t.ex. spårnät) får metoden problem. Orsaken är att ett friutjämnat långsmalt nät kommer att **påverkas av minsta lilla mätfel** och bli böjt då det inte finns något tvärs nätets riktning som stagar upp det i utjämningen. Detta sker även om nätet bara har godkända mätningar.
- Det böjda nätet kommer att få **stora passfel** då nätet har tappat formen, även om det egentligen är felfritt. Denna effekt kallas populärt för “**bananeffekten**”, och gör transformationstestet opålitligt.
- Speciellt om det långsträckta nätet är **U-format** så kommer även skalan att påverkas tydligt av bananeffekten.



Gammalt men effektivt alternativt sätt att söka skalfel

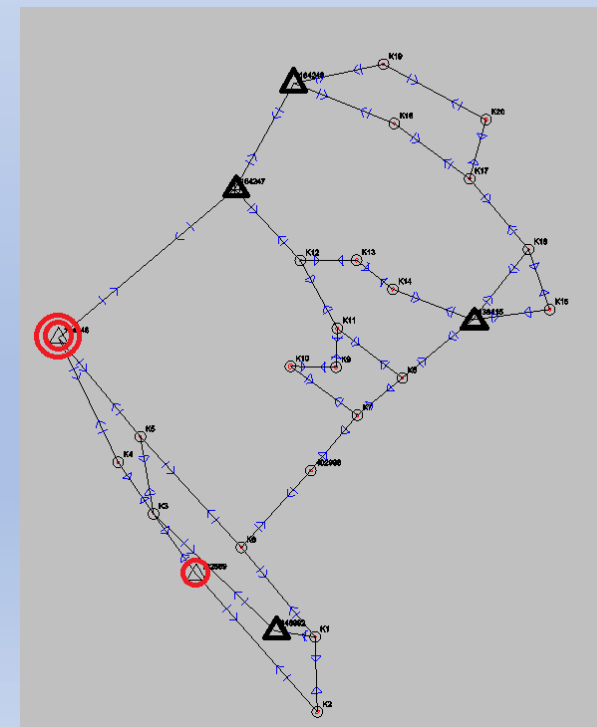
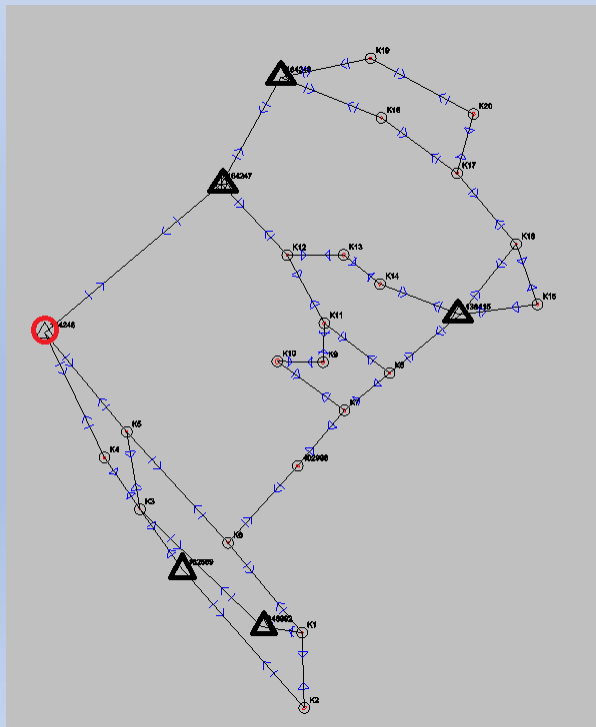
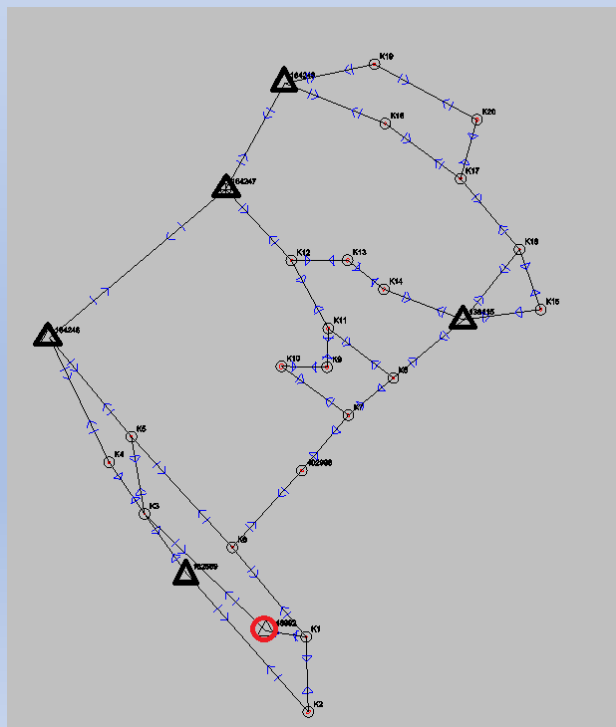
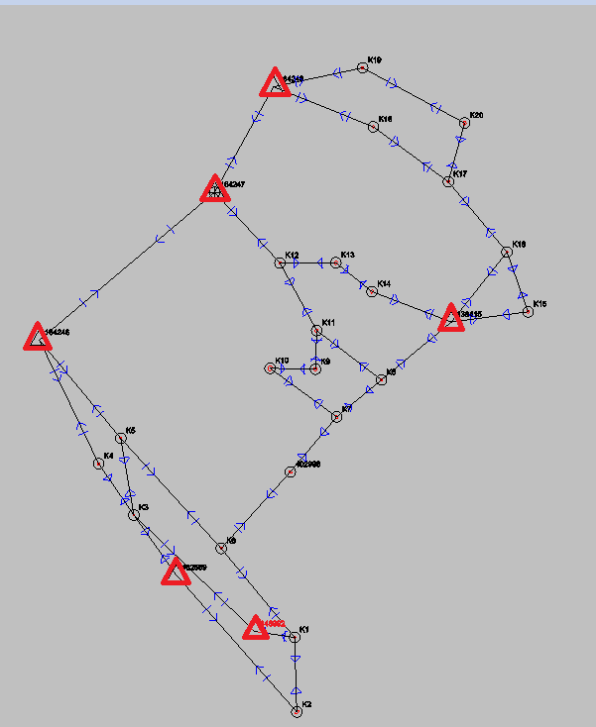
- I en utjämning kan **skalfaktorn enkelt inkluderas** som en obekant i samma beräkning som tar fram nypunkternas koordinater. Då varken fri utjämning eller transformation behöver användas så **uppstår inte bananeffekten alls**.
- Metoden kan enkelt testas genom att **påföra ett skalfel** på längderna i ett perfekt nät. Metoden ger då nästan **exakt den påförda skalfaktorn** som utresultat (även för långsträckta nät), vilket visar hur effektiv metoden är.
- Metoden har funnits beskriven länge, och ingick bland annat i undervisningen på Lantmäterilinjen på 80-talet. Då bara en extra parameter beräknas används **överbestämningar optimalt**.
- **Standardosäkerheten** för skalfelet kan beräknas för att fastställa om det är en statistiskt säkerställd skaländring.

Nätutjämningsresultat	

Summering	
K-tal, plan	0,66
Antal överbestämningar, plan	686
Viktenhetens standardosäkerhet, plan	0,47440
Godkäntröns från HMK, plan	1,03340
Skalfaktor, plan	1,000001
Skalfaktorns standardosäkerhet	0,000001
Testkvot	2,4040
Gränsvärde (t-test)	1,9630

Alternativt test: Fast utjämning med frikoppling

- Metoden använder en vanlig **fast utjämning** där alla punkter först är låsta. Den **första kända punkten frikopplas** (de andra är låsta) och en **ny fast utjämning** görs. **Förändring** i koordinaterna för den **frikopplade punkten** samt **förändringen för grundmedelfelet** (viktsenhetens standardosäkerhet) noteras.
- En **kvot** beräknas för punktens förändring jämfört med punktens medelfel (osäkerhet) i förändringens riktning.
- Punkten sätts som **känd igen** och **nästa kända punkt** i ordningen **frikopplas**, varpå samma testvärden noteras.
- När alla punkter testats undersöks vilken punkt som har **störst kvot**. Är den över den valda toleransen så frikopplas den under resten av testet. Den **första punkten frikopplas och testas igen**, varpå testet fortsätter för alla kända punkter (för att möjliggöra att hitta flera felaktiga punkter). Även grundmedelfelet ändringar noteras.
- När **ingen punkts kvot överstiger toleransen** (eller en vald minsta punktrörelse, t.ex. 1cm) avslutas testet.



Test av koordinatfel i ett långsträckt nät



Punkt Id	dN (passfel)	dE (passfel)	dR (passfel)
GP39602	-0,0231	0,1520	0,1537
GP39607	0,0227	0,2246	0,2258
6350140	-0,0031	0,1910	0,1911
1039604	0,0076	0,2005	0,2006
1039603	0,0077	0,1996	0,1998
1039601	0,0204	0,1659	0,1671
6350145	0,0332	0,1582	0,1617
GP02501	0,0775	0,0541	0,0945
GP02601	0,0632	0,0466	0,0785
GP02710	-0,0236	0,0099	0,0256
GP02805	-0,0490	0,0027	0,0490
6520067	-0,0765	-0,0267	0,0811
6520069	-0,0889	-0,0319	0,0944
6520082	-0,1391	-0,0739	0,1575
6520084	-0,1574	-0,0860	0,1793
6520100	-0,1605	-0,1059	0,1923

- Övre vänstra tabellen visar passfelen från en inpassning av ett fritt nät med en unitär transformation. Bananeffekten ger passfel på upp till 23cm, trots att nätet har mycket små koordinatfel och korrekta mätdata.
- Nedre vänstra figuren visar samma nät beräknat med den alternativa metoden *Fast utjämning med frikoppling*. Passfel på maximalt 3cm visas, vilket är representativt för nätets och koordinaternas kvalitet.
- Ett fel i N på 10cm och i E på 5cm har sedan lagts till punkten 6520082, varpå testerna har upprepats.
- Beräkningen i övre högra figuren är gjord med inpassning med unitär transformation. Passfelen 24cm respektive 2cm är långt från de tillagda felen på punkt 6520082. Dessutom har även de andra punkterna stora passfel på 10-20cm.
- Den nedre högra tabellen är gjord med fast utjämning med frikoppling. Nu blir passfelen 9.6cm respektive 4.8cm, vilket är mycket nära de pålagda felen. Övriga punkter uppvisar små passfel. Ett bättre resultat för denna metod alltså!

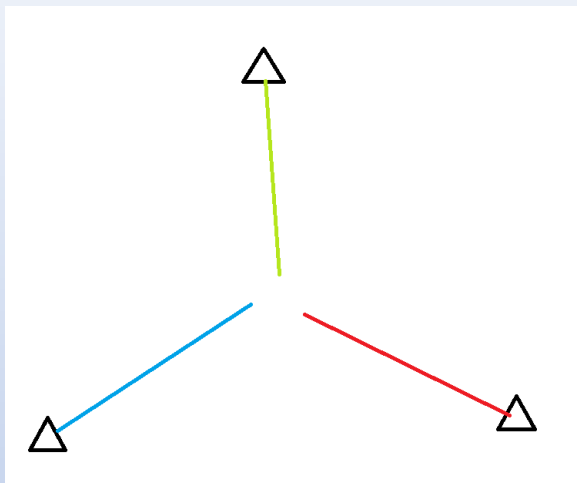
Punkt Id	dN (passfel)	dE (passfel)	dR (passfel)
GP39602	-0,0222	0,1516	0,1532
GP39607	0,0236	0,2242	0,2254
6350140	-0,0022	0,1906	0,1906
1039604	0,0085	0,2000	0,2002
1039603	0,0086	0,1992	0,1994
1039601	0,0213	0,1654	0,1668
6350145	0,0341	0,1578	0,1614
GP02501	0,0784	0,0537	0,0950
GP02601	0,0641	0,0462	0,0790
GP02710	-0,0227	0,0094	0,0246
GP02805	-0,0481	0,0022	0,0481
6520067	-0,0756	-0,0272	0,0804
6520069	-0,0880	-0,0323	0,0938
6520082	-0,2382	-0,0243	0,2395
6520084	-0,1565	-0,0864	0,1788
6520100	-0,1596	-0,1064	0,1918

Gränsvärde t-test	dN (passfel)	dE (passfel)	dR (passfel)
GP39602	-0,0013	-0,0076	0,0077
GP39607	0,0050	0,0034	0,0060
6350140	0,0008	-0,0029	0,0031
1039604	0,0028	-0,0067	0,0072
1039603	-0,0047	0,0171	0,0178
1039601	0,0024	-0,0033	0,0041
6350145	-0,0030	-0,0032	0,0043
GP02501	-0,0268	0,0128	0,0297
GP02601	0,0054	-0,0096	0,0110
GP02710	-0,0033	-0,0057	0,0066
GP02805	-0,0034	0,0038	0,0050
6520067	-0,0166	-0,0082	0,0185
6520069	0,0357	0,0023	0,0358
6520082	-0,0959	0,0481	0,1073
6520084	0,0943	-0,0425	0,1034
6520100	0,0013	-0,0008	0,0015

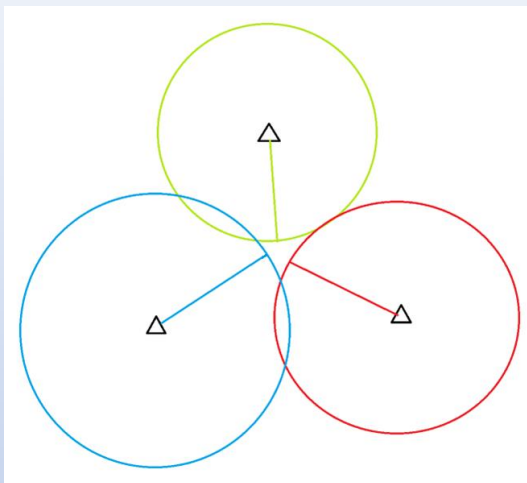
Sökning av grova mätfel med traditionella och nya metoder

- För den traditionella beräkningen av en nätutjämnning i plan behövs **ungefärliga positioner** för alla nypunkter (närmekoordinater).
- **Närmekoordinater** i plan beräknats stegvis (punkt för punkt) med bl.a. de vanliga punktbestämningssmetoderna (polär inmätning, avskärning etc.). Detta gör normalt nätutjämningsprogrammen automatiskt innan utjämnningen.
- Nackdelen med detta är att om ett **mycket grovt fel** (t.ex. fel punkt-ID) smugit sig in någonstans så upptäcks inte detta. Då uppstår **stora följdfe** och felaktiga närmekoordinater för många punkter då de beräknade närmepunkterna bygger på varandras koordinater.
- Dåliga närmekoordinater gör den påföljande utjämnningen **långsammare** och att nätet i vissa fall **inte går att beräkna alls** om felen är mycket stora (divergens).

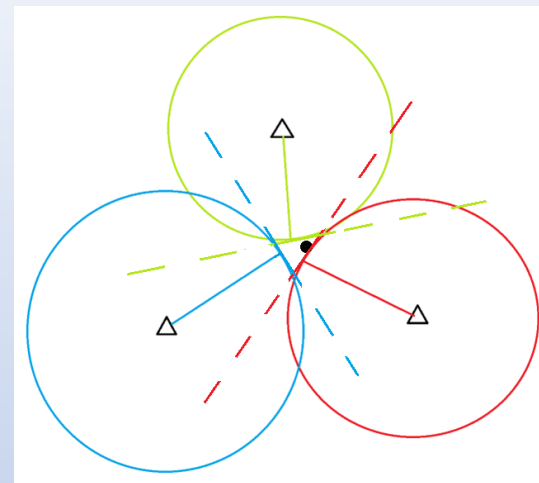
Traditionell icke-linjär planutjämnning med närmevärden



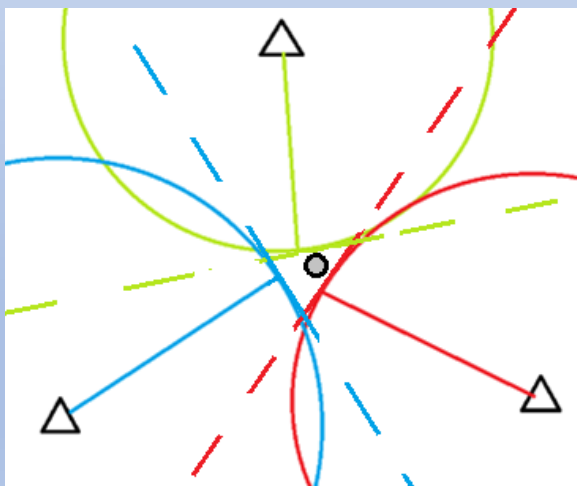
Tre längder (lite för korta) är mätta från figurens mitt, och kopplas till kända objekt.



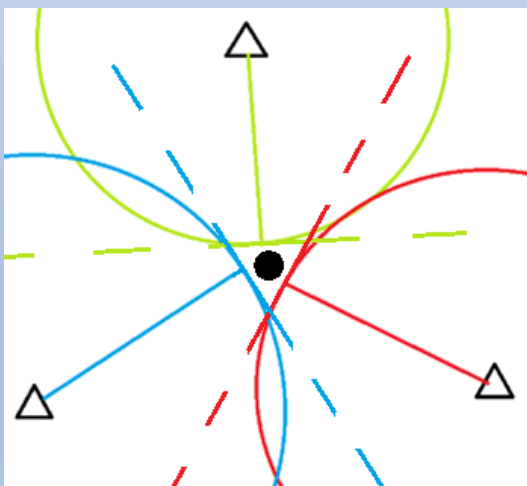
Längderna representeras av ekvationer som grafiskt blir cirklar (längden blir radie).



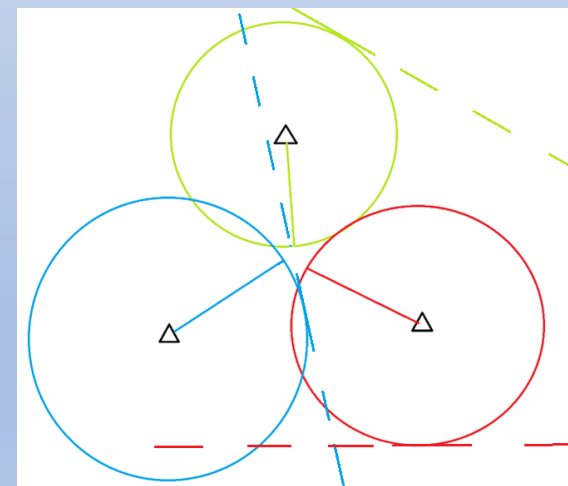
Närmekoordinater tas fram och lutningen beräknas för ekvationerna just där.



Linjerna blir linjära ekvationer som via Minsta kvadratmetoden ger en bättre uppskattning av positionen.



Den bättre positionen används för att skapa nya linjer som används för att beräkna en ännu bättre position. Detta upprepas tills punkten står still.



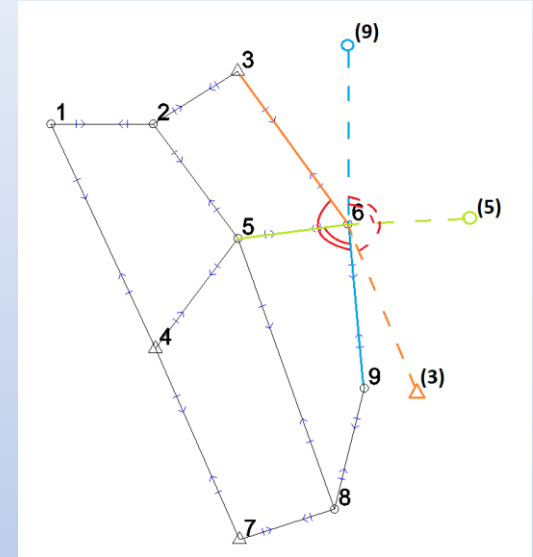
Om man har riktigt dåliga närmekoordinater så blir lutningarna helt fel och punkten blir sämre istället...

Ny utjämningsmetod – ”Grovfelsutjämnning”

- Med den nya metoden sker först en **linjär planutjämnning** (som inte behöver närmekoordinater), där sedan grova fel **spåras och viktas ner** successivt i upprepade utjämnningar tills mätfelen inte påverkar resultatet mer.
- Då felaktiga närmekoordinater inte påverkar beräkningen ger metoden ett **resultat även vid mycket grova fel** (som också är fallet vid höjdutjämnning).
- Resultatet av detta är en utjämningsmetod som **nästan alltid ger ett utjämnat resultat**, och där hela felen i mycket stor utsträckning stannar kvar på sina mätningar utan att smeta ut sig på kringliggande mätningar.
- Grovfelsutjämnning bör dock **inte** användas för några **slutliga beräkningar** (då ska en traditionell fast eller fri utjämnning användas) utan bara till att spåra stora fel. Detta eftersom metoden inte kan hantera mätningar mellan punktpar där endast antingen längd eller riktning finns tillgängliga.

Grovfelsutjämnning bygger på "multitransformationer"

- Varje station och dess objekt räknas ut (med polära beräkningar) i ett **lokalt koordinatsystem** som bara gäller den stationen (stationen blir origo).
- Alla små "stationskoordinatsystem" räknas ihop till **en enda lösning** i ett enda koordinatsystem genom en samtidig utjämnning av alla stationsnät.
- Utjämnningen bygger inte på mätningar utan på de lokala koordinaterna och **linjära Helmerttransformationer**. De behöver **inga närmevärden** och använder translation (dX, dY), vridning och skalfaktor.
- Ett problem är att varje station då får sin **egen skalfaktor**, som kan variera något mellan stationerna. En till utjämnning som bygger på **Unitär** transformation (translation och vridning men gemensam skala) och som utgår från den första (linjära) utjämnningen genomförs därför.
- **Grova fel viktas successivt ner** och den unitära utjämnningen upprepas tills felen inte längre påverkar de beräknade koordinaterna.



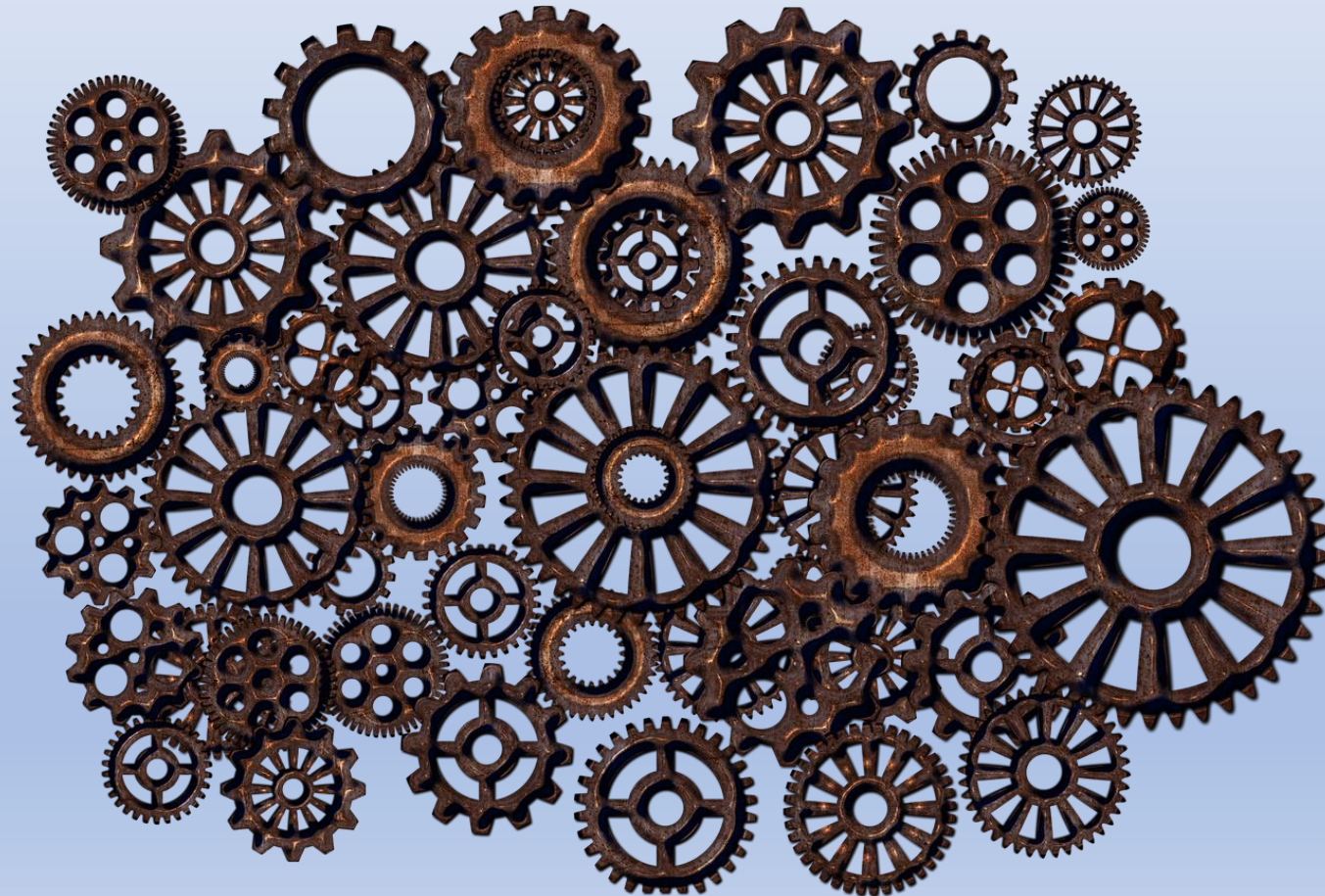
Stn	Obj	N_1	E_1	N_2	E_2
1	2	1	0	-1	0
		0	1	0	-1
1	3	1	0	0	0
		0	1	0	0
2	1	-1	0	1	0
		0	-1	0	1

$$X_{Ny} = X_0 + ax - by$$

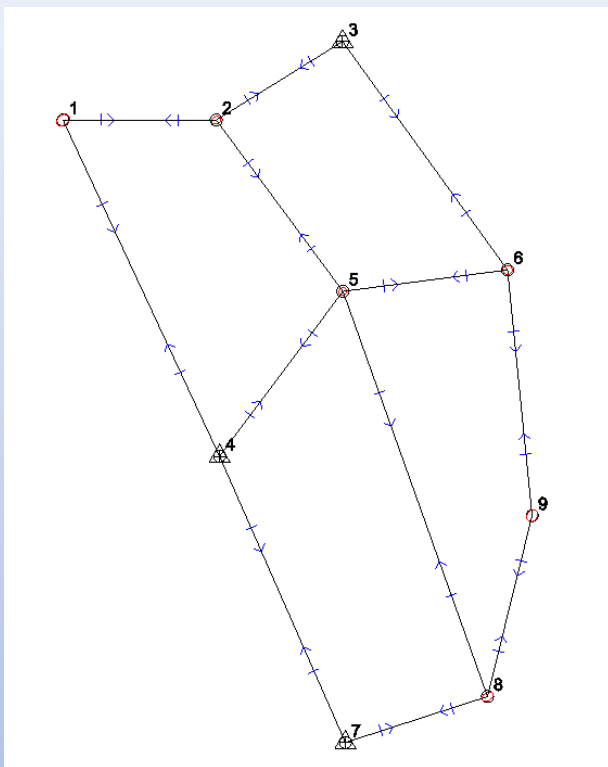
$$Y_{Ny} = Y_0 + ay + bx$$

$$p(x, y \dots) = f_{x,y\dots}(x_N, y_N \dots) + \frac{f'_x(x_N)}{1!} \cdot (x - x_N) + \frac{f'_y(y_N)}{1!} \cdot (y - y_N) + \dots$$

- Metoden kan liknas vid ett urverk där varje **stationspunkt med objekt** representeras av ett kugghjul (som kan vara olika stora och ha olika vridning).
- Varje kugghjul ska då hitta sin plats och vridning för att **passa i maskineriet**.

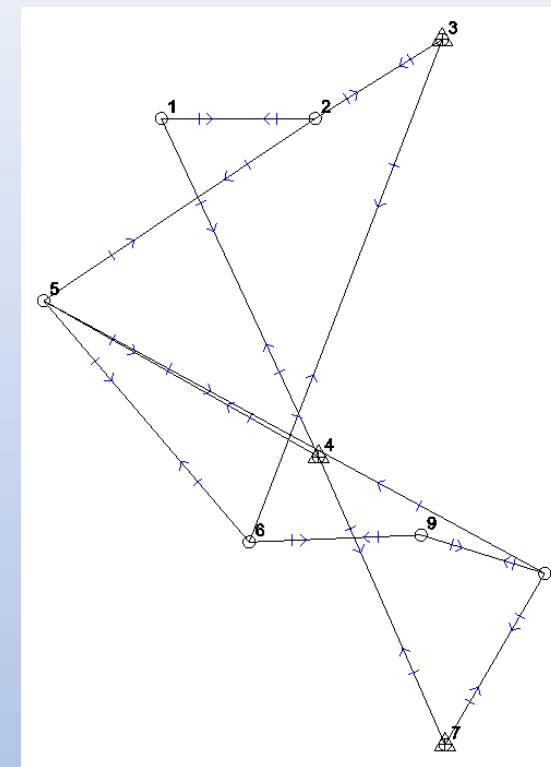
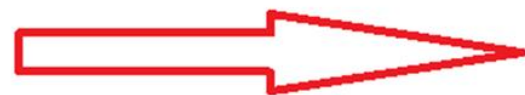


Praktiskt exempel på grovfelsutjämnning



Planutjämnning: Utjämnningen godkänd, dvs viktenhetens standardosäkerhet OK enligt HMK.
 K-tal: 0,543
 Viktenhetens standardosäkerhet: 0,212 (HMK: 1,236)
 Största längdförbättring: 0,002
 Största hv förbättr: 0,0009
 Största standardosäkerhet i höjd: 0,001

Från punkt	Till punkt	Hor. vinkel	Längd		Hor. vinkel	Längd	H
1	2	0,000000	63,2270		0,000000	63,2270	
1	4	72,263790	153,1210		72,263790	153,1210	
2	3	0,000000	61,4110	+0,035m	0,000000	61,4460	
2	5	94,869700	87,9770		94,869700	87,9770	
2	1	235,416500	63,2270		235,416500	63,2270	
3	6	0,000000	116,3250	+1,1gon	1,100000	116,3250	
3	2	104,402890	61,4110		104,402890	61,4110	
4	1	0,000000	153,1210		0,000000	153,1210	
4	5	68,619110	85,0280	+1m	68,619110	86,0280	
4	7	201,375040	129,0960		201,375040	129,0960	
5	2	0,000000	87,9770		0,000000	87,9770	
5	6	132,296000	68,5110		132,296000	68,5110	
5	8	218,729700	177,6280		218,729700	177,6280	
5	4	281,429700	85,0280	+189gon	70,429700	85,0280	
6	9	0,000000	101,9520	+11500m	0,000000	11601,9520	
6	5	98,112190	68,5110		98,112190	68,5110	
6	3	166,543700	116,3250	-0,15gon	166,393700	116,3250	
7	4	20,000000	129,0960		20,000000	129,0960	
7	8	126,448060	61,6670	-0,1m	126,448060	61,5670	
8	7	0,000000	61,6670		0,000000	61,6670	
8	5	98,095980	177,6280		98,095980	177,6280	
8	9	135,302450	76,9480	-0,035m	135,302450	76,9130	
9	8	0,000000	76,9480		0,000000	76,9480	
9	6	178,247660	101,9520		178,247660	101,9520	



Planutjämnning: Kunde inte beräkna, för stora fel
 K-tal: 0,000
 Viktenhetens standardosäkerhet: 0,000 (HMK: 0,000)
 Största längdförbättring: 0,000
 Största hv förbättr: 0,0000
 Största standardosäkerhet i höjd: 0,000

Testnätet till vänster går att utjämna med **utmärkt resultat**, så nätet är relativt felfritt. Åtta fel i både riktningar och längder, med **fel så stora som 11500m och 189 gon** ner till **små fel på 35mm** påförs och fördelas sedan i nätet. I en vanlig utjämningsmodul **divergerar** då beräkningen av felen och ger inget resultat. Grafiskt blir nätet helt deformerat.

Praktiskt exempel på grovfelsutjämning (forts.)

	Från punkt	Till punkt	Mättyp	Mätvärde (korr.)	Förbättr.	Standardiserad förbättring ↓
1	6	9	Hor. längd	11602,03828	-11459,40343	303696,7"
2	5	4	Hor. vinkel	70,42970	-115,85821	71889,4"
3	5	8	Hor. vinkel	218,72970	28,45963	31553,8"
4	5	2	Hor. vinkel	0,00000	25,82684	29090,7"
5	4	5	Hor. vinkel	68,61911	27,66672	18525,1"
6	6	5	Hor. vinkel	98,11219	-16,78553	18035,3"
7	9	6	Hor. längd	101,95276	40,68209	17491,2"
8	7	8	Hor. längd	61,56746	43,85951	14816,6"
9	8	7	Hor. längd	61,66746	43,75951	14781,2"
10	6	9	Hor. vinkel	0,00000	11,38063	13224,3"
11	4	1	Hor. vinkel	0,00000	-14,00332	12700,7"
12	8	7	Hor. vinkel	0,00000	16,32000	12263,9"
13	2	1	Hor. vinkel	235,41650	6,84745	11652,8"
14	8	5	Hor. vinkel	98,09598	-10,47671	10861,0"
15	5	2	Hor. längd	87,97765	27,09498	9742,9"
16	2	5	Hor. längd	87,97765	27,09498	9742,9"
17	4	1	Hor. längd	153,12214	-28,51738	8269,9"
18	1	4	Hor. längd	153,12214	-28,51738	8269,9"
19	9	8	Hor. vinkel	0,00000	5,22989	8222,2"
20	9	6	Hor. vinkel	178,24766	-5,22989	8222,2"

	Från punkt	Till punkt	Mättyp	Mätvärde (korr.)	Förbättr.	Standardiserad förbättring ↓
1	6	9	Hor. längd	11601,95200	-11500,00080	303338,0"
2	5	4	Hor. vinkel	70,42970	-188,99977	71204,4"
3	3	6	Hor. vinkel	1,10000	-1,09296	504,4"
4	4	5	Hor. längd	86,02800	-1,00200	292,2"
5	6	3	Hor. vinkel	166,39730	0,14181	65,4"
6	7	8	Hor. längd	61,56700	0,09700	22,9"
7	2	3	Hor. längd	61,44600	-0,03540	2,3"
8	8	9	Hor. längd	76,91300	0,03290	7,7"
9	6	9	Hor. vinkel	0,00000	-0,00426	1,8"
10	6	3	Hor. längd	116,32500	0,00520	1,2"
11	3	6	Hor. längd	116,32500	0,00520	1,2"
12	2	3	Hor. vinkel	0,00000	-0,00362	1,1"
13	7	8	Hor. vinkel	126,44806	0,00351	1,0"
14	6	5	Hor. vinkel	98,11219	-0,00270	0,9"
15	8	7	Hor. längd	61,66700	-0,00300	0,7"
16	8	7	Hor. vinkel	0,00000	0,00207	0,6"
17	3	2	Hor. vinkel	104,40289	0,00204	0,6"
18	5	6	Hor. vinkel	132,29600	0,00194	0,6"
19	5	4	Hor. längd	85,02800	-0,00200	0,5"
20	9	8	Hor. längd	76,94800	-0,00210	0,5"

+0,035m
+1,1gon
+1m
+189gon
+11500m
-0,15gon
-0,1m
-0,035m

Om närmevärden fås genom att först beräkna en multitransformation så går det att genomföra en traditionell utjämning, men **stora fel har då fördelat sig** över alla mätningar (inte bara de med pålagda fel).

Om en **grovfelsutjämning** beräknas istället så stannar alla pålagda fel i stor utsträckning **kvar på sina mätningar**, och felet blir därmed lätta att hitta. Tabellerna ovan är sorterade på standardiserade förbättringars storlek.

Sammantaget gör Grovfelsutjämning det mycket lättare att hitta större grova fel med stor träffsäkerhet i nätutjämnings.

Test av kontrollerbarhet

- Ett test av hur mycket **beräknade koordinater** påverkas av det **maximala felet** hos mätningar med dålig kontrollerbarhet.
- Detta nya test lägger till ett **verkligt fel** på varje mätning som sedan testas för att se hur det pålagda felet påverkar alla punkter i nätet efter en utjämning.
- De mätningar som testas är de som har underkända individuella k-tal. Mätningarna **testas var för sig**, utan att påverka varandra.
- **Det nya testet ger möjlighet att se hur mycket en dåligt kontrollerad mätning kan påverka nätet i verkligheten (inte bara hypotetiskt).**

Från	Till	Mättyp	Förbättrad mätning	Förbättring	Std. förbättring	K-tal	MUF	Sant fel	Testat fel	YT	Max punktflyttning	Rörligast punkt	Ung. längd
164247	164246	HV	223,06267	0,00034	0,43600	0,21900	-0,01011	-0,00155	-0,01011	0,00789	0,00000	K6	107
K5	K6	HV	363,71097	0,00032	0,30700	0,16100	-0,01808	-0,00199	-0,01808	0,01518	0,00150	K6	70
K8	K11	HV	85,53605	0,00212	0,88700	0,25400	-0,02626	-0,00833	-0,02626	0,01957	0,00226	K11	38
K8	K11	HV	85,54490	-0,00087	0,36300	0,25400	0,02626	0,00342	0,02626	0,01957	0,00226	K11	38
138415	K16	HV	0,00000	-0,00079	0,31200	0,34600	0,02048	0,00228	0,02048	0,01339	0,00233	K8	42

Test av punkt-ID (kommande funktion)

- **Felaktigt punkt-ID** någonstans i ett nät kan göra att det **inte går att räkna ut** nätet överhuvudtaget (inte ens med grovfelsutjämning).
- Med hjälp av **linjär planutjämning** kan man **spåra största felet** (hur stort det än är), och testa om det beror på fel ID. I så fall ges ett **temporärt ID** till den felaktiga punkten och testet fortsätter.
- När hela nätet testats klart så kan man undersöka om punkten med temporärt ID ligger mycket **nära en befintlig punkt**.
- **Programmet kan då skapa en rapport som spårar alla punkter med fel ID och föreslår vad de ska heta istället.**

Tack för mig!

